Premiers éléments de Planning

Mardi 2 Septembre : Interrogation de rentrée

Cette interrogation portera sur les différents rappels de cette feuille d'exercice A, c'est-à-dire, *Calcul littéral, Manipulations de fractions, Racines carrées, Puissance, Équations, Inéquations, logarithme et exponentielle.* Elle reprendra également des connaissances de terminale (Niveau Bac ES)

Cette interrogation a deux buts: connaitre votre capacité de calcul et connaître votre niveau de mathématiques afin de soutenir efficacement votre travail au plus vite. Elle n'engage en rien votre progression future.

Elle a également pour objectif de vous faire entrer dans un rythme "prépa" au plus vite et de vous montrer que les choses sont plus faciles quand on travaille régulièrement. Lors de cette interrogation je vérifierais vos cahiers de calculs (voir la prochaine partie) alors ne les oubliez pas !

? *Pourquoi travailler le calcul ?*

Jusqu'en Terminale, les élèves peuvent s'appuyer sur la calculatrice pour résoudre la plupart des problèmes avec des calculs. Ce n'est plus le cas en classe préparatoire car la calculatrice est interdite au concours. La différence en mathématiques se fait souvent sur la faculté des élèves à calculer vite et bien (sans erreurs). De nombreuses démonstrations, exercices, explications en cours ou en TD utiliseront un raisonnement qui s'appuiera sur des calculs. L'élève qui s'arrête d'écouter car il ne comprend pas une étape de calcul perdra du temps pour comprendre le raisonnement et aura donc une impression de retard. Il devra du coup travailler d'autant plus pour comprendre les calculs et les raisonnements à la maison.

Objectif: un calcul par jour!

Comme vous le constatez, il y a beaucoup d'exercices. L'objectif est d'en faire un par jour jusqu'à la rentrée. Il va vous falloir un cahier (Prenez en un grand puisqu'il vous servira également au cours de l'année - indiquez vos noms et prénoms sur la page de garde). Le lundi doit être consacré à la relecture du cours et au premier exercice. Les jours suivants, vous continuerez à chercher les exercices avec pour objectif dans finir un par jour. Enfin, le dimanche doit être consacré à la correction des exercices de la semaine.

Chaque dimanche, vous devrez remplir un questionnaire sur Canvas pour me préciser quelles questions vous n'avez pas su faire puis vous aurez accès à la correction. J'insiste sur le fait qu'il faut avoir fait les calculs sans regarder la correction puis vérifier les résultats. Si un résultat est faux ou incomplet, relisez le calcul, identifiez et corrigez les erreurs. Mettez une croix sur le calcul raté, vous devrez le refaire entièrement la semaine suivante, depuis le début et sans regarder la correction.

A propos du Coronavirus

Bien entendu, cette année a été particulière pour tout le monde. Ne vous inquiétez pas sur ce point. Tout le contenu sera revu en classe préparatoire. Néanmoins, maitriser au maximum le cours de terminale (surtout suites, fonctions, exponentielle et log, probabilités) permettra de bien démarrer l'année

Aspects techniques utiles.

Voici ce qu'il vous faut pour commencer :

- Un cahier de calcul. Un cahier/classeur pour noter vos erreurs récurrentes.
- S'inscrire sur Canvas (Code classe : BBNDJ6 - Lien direct : `https://canvas.instructure.com/enroll/BBNDJ6`)

Si vous avez des questions, n'hésitez pas à me contacter à l'adresse mail suivante :
gleboucher@stanislas-cannes.com

Semaine du 6 Juillet au 12 Juillet : Calcul Littéral

Rappels de cours

Définition: *Développer, c'est transformer un produit (multiplication) en somme (addition ou soustraction). Factoriser, c'est faire l'inverse, c'est-à-dire transformer une somme en produit.*

Propriété - Simple distributivité: Pour tous réels k, a et b, on a

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b \quad \text{et} \quad k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Propriété - double distributivité: Pour tous réels a, b, c et d, on a

$$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d.$$

Définition: *Réduire une expression développée, c'est réunir les puissances identiques d'une même variable.*

Propriété - Identité remarquables:

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Remarque Pour factoriser, on utilise les mêmes formules que pour développer mais à l'envers. 2 méthodes sont possible. Soit on trouve un facteur commun, soit on utilise la formule d'une identité remarquable.

Exercice 1

Réduire les expressions suivantes

1. $A = (3-x) + (9 - 2x + x^2)$.
2. $B = (2-x)^2 - (x + 2 + x^2)$.

Exercice 2 (Simple distributivité)

Développer chacune des expressions suivantes.

1. $A = x(3x+5)$.
2. $B = 4(2-6x)$.
3. $C = -2(5-x)$.

Exercice 3 (Double distributivité)

Développer et réduire chacune des expressions suivantes.

1. $A = (x+5)(3x+2)$.
2. $B = (3x-4)(2-6x)$.
3. $C = (3x^2-2)(-5+x)$.

Exercice 4 (Identités remarquables)

Développer à l'aide des identités remarquables.

1. $A = (3x+2)^2$.
2. $B = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2$.
3. $C = -(5+x)(-5+x)$.

Exercice 5 (Trouver un facteur commun)

Factoriser et simplifier les expressions en repérant un facteur commun.

1. $A = x(3x+2) - x(2x+5)$.
2. $B = x(2x+5) - x^2$.
3. $C = (2x+5)(3x+7) - (2x+5)(-2x+4)$.
4. $D = (3-2x)(2x+4) - (2x+4)(2x+1)$.

Exercice 6 (Identités remarquables)

Factoriser à l'aide des identités remarquables.

1. $A = x^2 + 6x + 9$.
2. $B = 4x^2 - 4x + 1$.
3. $C = 64x^2 - 9$.

Exercice 7 (Bilan)

Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A = x^3 - (x-3)(2-x)(1-x)$.
2. $B = (2x-6)(x+2) - (2x+1)^2 + 2x(3-x)$.

Factoriser les expressions suivantes.

1. $C = (x-3)^2 - 9$
2. $D = (x-5)^2 + 4(x-5) + 4$

Semaine du 13 Juillet au 19 Juillet : Fractions(1)

Rappels de cours

Définition: *Décomposer un entier naturel en facteurs premiers, c'est l'écrire comme produit (multiplication) de nombres premiers (qui ont exactement deux diviseurs, 1 et lui même). La décomposition en facteurs premiers permet notamment de simplifier une fraction.*

Exemple $84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 7.$

Définition: *On essaiera toujours de simplifier au maximum les fractions. Si le numérateur et le dénominateur ont un facteur commun, on peut simplifier ce facteur en commun en haut et en bas. Attention, cela ne fonctionne pas si le numérateur et le dénominateur sont des sommes.*

Propriété - Simplification: Pour tous réels a, b et c, on a

- $\dfrac{a \times b}{a \times c} = \dfrac{b}{c}.$
- $\dfrac{a + b}{a + c} \neq \dfrac{b}{c}.$
- $\dfrac{a}{1} = a.$
- $\dfrac{a}{-1} = -a.$

Propriété - Produit de fractions: Dans un produit de fractions, on effectue toutes les simplifications possibles avant d'effectuer le produit des numérateurs et le produit des dénominateurs.

- $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}.$
- $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{c} = \dfrac{a}{c}.$
- $\dfrac{ab}{c} \times \dfrac{c}{ad} = \dfrac{b}{d}.$

Propriété - Produit de fractions: On ne garde jamais une expression qui contient des barres de fractions superposées.

- $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{cd}.$
- $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{1}{c} = \dfrac{a}{bc}.$
- $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \dfrac{c}{b} = \dfrac{ac}{b}.$

Exercice 8 (Comparaison de fractions)
Comparer les fractions suivantes avec le signe >, < ou =.

1. $\dfrac{3}{5} \dots \dfrac{5}{9}$
2. $\dfrac{12}{11} \dots \dfrac{10}{12}$
3. $\dfrac{125}{25} \dots \dfrac{105}{21}$

Exercice 9 (Simplification de fractions)
Simplifier chacune des fractions suivantes.

1. $A = \dfrac{234}{288}.$
2. $B = \dfrac{(x^2 - x)(4 - 2x)}{x(2 - x)}.$
3. $C = \dfrac{x^6(1 + x^3)}{x^3 + x^6}.$

Exercice 10 (Produit de fraction)
Écrire sous la forme la plus simple possible.

1. $A = \dfrac{12}{42} \times \dfrac{7}{33} \times \dfrac{15}{21}.$
2. $B = (x^2 - 2x)\dfrac{(x + 3)}{2 - x} \times \dfrac{x}{x^3 + 3x^2}.$
3. $C = -\dfrac{2x + 4}{x} \times \dfrac{x}{-2x + 4} \times \dfrac{2 - x}{2 + x}.$
4. $D = \dfrac{18}{17} \times \dfrac{17}{16} \times \dfrac{16}{15} \times \dfrac{15}{14} \times \dfrac{14}{13} \times \dfrac{13}{12}.$

Exercice 11 (Quotient de fractions)
Écrire sous forme de fractions irréductibles.

1. $A = \dfrac{\frac{2}{5}}{2}.$
2. $B = \dfrac{\frac{2}{5}}{5}.$
3. $C = \dfrac{-1}{\frac{-1}{-2}}.$
4. $D = \dfrac{\frac{x}{5}}{\frac{x}{2}}.$

Exercice 12 (Développement)
Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A = \dfrac{4}{5}\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{5}{4}\right).$
2. $B = \left(\dfrac{x}{5} + \dfrac{4}{3}\right)\left(\dfrac{x}{5} - \dfrac{2}{3}\right).$
3. $C = \left(\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x}{5}\right)^2.$

Exercice 13 (Factorisation)
Factoriser les expressions suivantes.

1. $A = \dfrac{2x}{5} - \dfrac{6}{25}.$
2. $B = \dfrac{x^2}{25} - \dfrac{8x}{15} + \dfrac{16}{9}.$
3. $C = \dfrac{x^2}{36} - \dfrac{25}{49}.$

Exercice 14 (Plus difficile)
Écrire sous forme d'une fraction irréductible.

1. $A = \dfrac{n-1}{n} \times \dfrac{n-2}{n-1} \times \dfrac{n-3}{n-2} \times \dots \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2}.$
2. $B = \dfrac{n-2}{n} \times \dfrac{n-3}{n-1} \times \dfrac{n-4}{n-2} \times \dots \times \dfrac{2}{4} \times \dfrac{1}{3}.$

$$C = \dfrac{\dfrac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\dfrac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}.$$

Semaine du 20 Juillet au 26 Juillet : Fractions(2)

Rappels de cours

On s'intéresse à la somme de fractions. Voici les différentes étapes.

1. On commence par simplifier chacune des fractions (si ce n'est pas déjà fait).
2. On réduit ensuite les fractions au même dénominateur. On choisit pour dénominateur commun un nombre qui est multiple de chacun des dénominateurs.
3. On fait la somme des numérateurs.

Attention Dans le pire des cas, le produit de tous les dénominateurs convient, mais, bien souvent, on peut trouver un dénominateur commun beaucoup plus petit (ce qui simplifie les calculs).

Pour trouver le plus petit dénominateur commun, il y a deux méthodes :

1. on considère l'un des dénominateurs, on teste successivement tous ses multiples jusqu'à ce qu'on trouve un multiple des autres dénominateurs.
2. On cherche à décomposer les dénominateurs en facteurs premiers. On conserve les facteurs autant de fois que nécessaires.

Exemple Trouvons le plus petit dénominateur entre 84 et 60.

Méthode 1: On regarde les tables des 2 nombres:
$84\times 2=168$; $84\times 3=252$; $84\times 4=336$; $84\times 5=420$;
$60\times 3=180$; $60\times 4=240$; $60\times 5=300$; $60\times 6=360$; $60\times 7=420$;

Méthode 2: On décompose les 2 nombres en facteurs premiers:
$84=2\times 2\times 3\times \quad \times 7$ et $60=2\times 2\times 3\times 5$. Le plus petit dénominateur commun est donc $2\times 2\times 3\times 5\times 7=420=84\times 5=60\times 7$.

Exercice 15 (Dénominateurs communs)
Trouver les plus petits dénominateur commun des nombres.

1. 35 et 10.
2. 9, 60 et 6.
3. $x(2x-1)(x+1)$ et $x(3x-2)(2x+2)$
4. x^2-2x+1 et x^2-1

Exercice 16 (Somme de fractions)
Écrire sous forme de fractions irréductibles.

1. $A=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}$.
2. $B=\dfrac{2}{6}+\dfrac{1}{6}-\dfrac{4}{6}$.
3. $C=\dfrac{x-1}{x^2-1}-\dfrac{x+1}{x^2-1}$.

Exercice 17 (Somme de fractions(2))
Écrire sous forme de fractions irréductibles.

1. $A=\dfrac{14}{35}-\dfrac{3}{10}+\dfrac{2}{15}$.
2. $B=\dfrac{5}{30}-\dfrac{6}{8}+\dfrac{5}{9}$.
3. $C=\dfrac{5}{x-1}-\dfrac{7}{x+1}$.

Exercice 18 (Somme de fractions(3))
Écrire sous forme de fractions irréductibles.

1. $A=\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{3}{2n}$.
2. $B=\dfrac{1}{x^5}-\dfrac{x^4+1}{x^9}$.
3. $C=\dfrac{1}{1+t}+\dfrac{1}{1-t}$.

Exercice 19 (Fractions)
Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $A=\dfrac{12}{42}\times\dfrac{7}{33}\times\dfrac{15}{21}$.
2. $B=\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{5}{4}}{\frac{4}{7}-\frac{3}{6}}$.
3. $C=\dfrac{4\times\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}+\frac{1}{7}}$.

Exercice 20 (Simplifications)
Écrire les fractions suivantes sous la forme $a+\dfrac{b}{c}$ où $b<c$.

1. $A=\dfrac{29}{6}$
2. $B=\dfrac{k}{k-1}$
3. $C=\dfrac{3x-1}{x-2}$

Exercice 21 (Plus difficile)

On donne $A = \dfrac{1}{1+t^2} - \dfrac{1}{(1+t)^2}$ et $B = (1+t^2)(1+t)^2$. Écrire A puis AB sous la forme d'une fraction irréductible.

Semaine du 27 Juillet au 2 Aout : Racines carrées et $|\cdot|$

Rappels de cours

Propriété - : Pour tous réels a et b, on a

- $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=(\sqrt{a})^2=a$
- $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$.
- $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

Définition: *Réduire ou simplifier une racine carrée, c'est l'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible.*

Propriété - Réduction: Pour réduire des racines carrées on utilise

$$\forall b\in\mathbb{R},\forall a>0,\qquad \sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}.$$

Exemple $\sqrt{48}=\sqrt{16\times 3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

Propriété - Quantité conjuguée: Quand on a une fraction de la forme $\dfrac{a}{b+\sqrt{c}}$, on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée $b-\sqrt{c}$. Cela permet de simplifier les dénominateurs qui n'ont alors plus de racines carrées.

Exemple

$$\frac{3}{x-\sqrt{5}}=\frac{3(x+\sqrt{5})}{(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})}=\frac{3x+3\sqrt{5}}{x^2-\sqrt{5}^2}=\frac{3x+3\sqrt{5}}{x^2-5}$$

Définition: *La fonction valeur absolue est la fonction définie pour tout $x\in\mathbb{R}$ par:*

$$|x|=\sqrt{x^2}=\begin{cases} x & si\quad x\geq 0\\ -x & si\quad x\leq 0\end{cases}.$$

Exercice 22 (Simplification de fractions)

Simplifier chacune des fractions suivantes.

1. $A=\dfrac{x}{\sqrt{x}}$.
2. $B=\dfrac{x^3}{x\sqrt{x}}$.
3. $C=\dfrac{2x^2}{\sqrt{16x}}$.
4. $D=\dfrac{x+2\sqrt{x^2}}{2}$.

Exercice 23 (Réductions de racines carrées)

Dans chacun des cas suivants, écrire $\sqrt{\Delta}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers, b étant le plus petit possible.

1. $\Delta=8$.
2. $\Delta=48$.
3. $\Delta=84$.
4. $\Delta=180$.

Exercice 24 (Utilisation de la valeur absolue)

Exprimez sans valeur absolue les quantités suivantes :

1. $|5|$
2. $|-32|$
3. $|x^2+1|$
4. $|x+1|$

Exercice 25 (Développement)

Développer chacune des expressions suivantes, puis en donner une écriture simplifiée.

1. $A=(\sqrt{2}+5\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$.
2. $B=\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2$.
3. $C=\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Exercice 26 (Simplification)

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $A=\sqrt{54x^6}$
2. $B=(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$.
3. $C=(\sqrt{x+1})^2-1$.

Exercice 27 (Quantité conjuguée)

Simplifier au maximum les expressions suivantes en faisant disparaître la racine carré du dénominateur:

1. $A=\dfrac{5}{1+\sqrt{6}}$.
2. $B=\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$.
3. $C=\dfrac{x}{x-\sqrt{x}}$.

Exercice 28 (Plus difficile)

Écrire sous forme d'une fraction irréductible les expressions suivantes.

1. $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\times\dfrac{1}{\sqrt{x}+x}\times 2x$.
2. $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$.
3. $C=\dfrac{1}{\sqrt{t^2+1}}+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+1}(1+\sqrt{t^2+1})}$.
   On doit obtenir 1 pour le dernier calcul

Semaine du 3 Aout au 9 Aout: Puissances

Rappels de cours

Définition: *Pour tous nombres réels x, on définit $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.*

Propriété - Règles de calculs: Pour tous nombres rationnels a et b et pour tous réels x et y, on a

- $(x^a)^b = x^{ab}$.
- $x^a \times x^b = x^{a+b}$.
- $x^a \times y^a = (xy)^a$.
- $x^{-a} = \dfrac{1}{x^a}$.
- $\dfrac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$.
- $\dfrac{x^a}{y^a} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^a$.

Exemple $3^4 \times 3^7 = 3^{4+7} = 3^{11}$; $\frac{6^3}{2^3} = \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 3^3$.

Exercice 29 (Calcul de puissances)
Exprimer les calculs suivants sous la forme la plus simple possible. (n est un entier).

1. 1^n
2. $(-1)^{2n+1}$
3. $2^n - 2^{n-1}$
4. $3^n + 3^n + 3^n$

Exercice 30 (Simplification)
Écrire les expressions sous la forme x^a.

1. $(2^5)^4$.
2. $\dfrac{1}{4^3}$.
3. $3^4 \times 3^{-2}$.
4. $\dfrac{4^3}{5^2}$.
5. $3^5 \times 7^5$.
6. $\dfrac{4^3}{4^{-2}}$.
7. $3^6 \times 5^4$.
8. $\dfrac{9^{-2}}{3^{-2}}$.

Exercice 31 (Simplification)
Simplifier (si possible) les expressions au maximum.

1. $9(-3)^{2n}$.
2. $2^n 4^{n-3}$.
3. $(2^3)^2$.
4. $4^{n-1} 3^{2n-2}$.

Exercice 32 (Puissances négative)
Écrire les expressions sous la forme x^a.

1. $\dfrac{1}{x^{4-n}}$
2. $\dfrac{x^2}{x^n}$.
3. $\dfrac{x^n \times y^n}{(xy)^4}$.

Écrire les expressions sous la forme d'une fraction.

4. x^{-5}
5. x^{n-4}
6. x^{2-n}

Exercice 33 (Puissances fractionnaires)
Écrire les expressions sous la forme x^a.

1. $x\sqrt{x}$.
2. $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.
3. $\dfrac{x^4}{\sqrt{x}}$.

Écrire les expressions en utilisant le symbole $\sqrt{\ }$.

4. $x^{\frac{3}{2}}$
5. $x^{-\frac{1}{2}}$
6. $x^{\frac{5}{2}}$

Exercice 34 (Calculs)
Écris les expressions suivantes sous la forme d'un produit de puissances de nombres entiers, ayant le moins de facteurs possible. Tu détailleras les étapes de calculs.

1. $A = \dfrac{3^4 \times 2^5 \times 5^6}{3^7 \times 2^9 \times 5^3}$.
2. $B = \dfrac{7^{12} \times (9^4)^3 \times 5^{-5}}{9^{10} \times (5^{-7})^6 \times 7^{-17}}$
3. $C = \dfrac{(-4)^7 \times (-6)^2 \times 3^{-7}}{(-3)^5 \times 4^{-11} \times 6^{-3}}$

Exercice 35 (Calculs)
Simplifie chaque expression au maximum.

1. $A = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{(1+x)^2}$.
2. $B = \dfrac{x^4 - 9}{(x^2+3)^2}$.
3. $C = \dfrac{(x-1)(x^2-2x+1)}{(x-1)^{-2}}$.

Semaine du 10 Aout au 16 Aout : Équations

Rappels de cours

Définition: *Une équation est une égalité comportant une inconnue (souvent la lettre "x"). Résoudre une équation, c'est trouver le(s) nombre(s) x qui satisfont l'égalité.*

Propriété - Première Méthode: On peut additionner, soustraire, multiplier ou diviser de chaque côté du signe égal par le même nombre.

Propriété - Seconde Méthode: On peut passer un nombre de l'autre côté du signe égal en modifiant le signe opératoire "+" devient "-", "×" devient "÷" (et inversement).

Exemple

$$\begin{aligned} 4x+8 &= 0 \\ 4x+8-8 &= -8 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{-8}{4} \\ x &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{x}{2}-5 &= 0 \\ \frac{x}{2} &= 0+5 \\ x &= 2\times(+5) \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Propriété - Équation produit: Quand le produit de deux expressions littérales est égal à 0, soit la première est nulle, soit la seconde est nulle. Si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

Propriété - Équation du second degré: Une équation du second degré s'écrit sous la forme $ax^2+bx+c=0$. Pour trouver les solutions, on calcule le discriminant $\Delta = b^2-4ac$. On obtient alors les solutions si $\Delta \geq 0$ par

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \text{et} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exercice 36 (Équations du premier degré)
Résoudre les équations suivantes.

1. $3x+27=0$.
2. $4x-6=2x+8$.
3. $3-3x=3(x+5)$.

Exercice 37 (Équations du premier degré avec fractions)
Résoudre les équations suivantes.

1. $\frac{2x}{5}-\frac{1}{10}=\frac{1}{2}$.
2. $\frac{2}{5}-\frac{x}{3}=4x+\frac{-1}{15}$.
3. $\frac{3x}{2}-\frac{7}{2}=\frac{3x}{4}+\frac{9}{4}$.

Exercice 38 (Équations produits)
Résoudre les équations suivantes.

1. $(3x+1)(x-5)=0$
2. $(9x-3)(-5x-13)=0$
3. $(3x+7)(4x-8)=0$

Exercice 39 (Équations produits et factorisation)
Factoriser les expressions suivantes et résoudre l'équation produit qui en découle.

1. $(3x+2)(4x-2)+(4x-2)(x-6)=0$
2. $(7x-2)(2-3x)+(4x+3)(7x-2)=0$
3. $(9x-4)(-2+5x)-(9x-4)(3x-5)=0$

Exercice 40 (Équations produits et identité remarquable)
Factoriser les expressions suivantes en utilisant une identité remarquable et résoudre l'équation produit qui en découle.

1. $4x^2-40x+100=0$
2. $(2x+1)^2-49=0$
3. $(x+5)^2+2(x+5)(x-3)+(x-3)^2=0$

Exercice 41 (Équations du second degré)
Résoudre les équations suivantes en utilisant le discriminant.

1. $x^2+x-2=0$
2. $3x^2+2x-1=0$
3. $-3x^2+1=0$

Exercice 42 (Équations du troisième ou quatrième degré)
Résoudre les équations suivantes (plus difficile, quoique...).

1. $x(4x^2+2x+1)=0$
2. $(2x-5)(x^2-49)=0$
3. $x^4-8x^2+16=0$

Semaine du 17 Aout au 23 Aout : Logarithme et Exponentielle

Rappels de cours

Propriété - : Pour tous réels a et b strictement positifs, pour tous entier n, on a les règles de calculs suivantes

- $\ln(1) = 0$
- $\ln(e) = 1$
- $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln(a^n) = n\ln(a)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

Exercice 43 (Simplification en fonction de $\ln(2)$)
Écrire sous la forme $a\ln(2)$ où a est un entier :

1. $\ln(16)$
2. $\ln(512)$
3. $\ln(72) - 2\ln(3)$

Exercice 44 (Simplification de logarithme)
Écrire les expressions suivantes sous la forme $a\ln(b)$

1. $\ln(2x) - \ln(x)$
2. $\ln(2x+2) + \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)$
3. $2\ln(x^4) - 3\ln(x^2) + \ln(x)$
4. $\ln(x+1) - \ln(x+2)$

Exercice 45 (Simplification en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(5)$)
Simplifier les expressions suivantes en fonction de $\ln(2)$ et de $\ln(5)$:

1. $\ln(500)$
2. $\ln\left(\frac{16}{25}\right)$
3. $\ln(0,25)$

4 $\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ldots + \ln\left(\frac{98}{99}\right) + \ln\left(\frac{99}{100}\right)$

Rappels de cours

Propriété - : Pour tous réels a et b, on a les règles de calculs suivantes

- $e^0 = 1$
- $e^1 = e$
- $e^{a+b} = e^a e^b$
- $(e^a)^b = e^{ab}$
- $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
- $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$

Propriété - : Les fonctions exponentielle et logarithme sont en bijection. Cela signifie que pour tous réels $a > 0$ et $b \in \mathbb{R}$, on a

$$e^{\ln(a)} = a \quad \text{et} \quad \ln(e^b) = b.$$

Exercice 46 (Simplification de l'exponentielle)
Simplifier les expressions suivantes :

1. $\ln(\sqrt{e})$
2. $\ln\left(e^{\frac{1}{3}}\right)$
3. $e^{\ln(3)-\ln(2)}$
4. $\ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$

Exercice 47 (Résolution d'équation)
Résoudre les équations suivantes :

1. $e^x = 2$
2. $(\ln x - 2)(1 + \ln x) = 0$
3. $(e^x - 3)(e^x + 5) = 0$
4. $(\ln x - 1)(6 - 3\ln x) = 0$

Exercice 48 (Changement de variable)

I) Résoudre l'équation $X^2 - 2X - 15 = 0$.
II) En déduire les solutions des équations suivantes :

1. $e^{2x} - 2e^x - 15 = 0$
2. $(\ln x)^2 - 2\ln x - 15 = 0$

Exercice 49 (Plus difficile)
Simplifier les expressions suivantes :

1. $\ln\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$
2. $\ln\left((2+\sqrt{3})^{20}\right) + \ln\left((2-\sqrt{3})^{20}\right)$
3. $\ln\left(\sqrt{e^4}\right) - \ln\left(\sqrt{e^2}\right)$
4. $\ln\left(\sqrt{\exp(-\ln(e^2))}\right)$

Semaine du 22 Aout au 30 Aout : Inéquations

Rappels de cours

Définition: *Une inéquation est une inégalité comportant une inconnue (souvent la lettre "x"). Résoudre une inéquation, c'est trouver les nombres x qui satisfont l'inégalité.*

Propriété - Résolution d'inégalité simple:

- On peut additionner ou soustraire de chaque côté de l'inégalité par le même nombre sans changer le sens de l'inégalité.
- On peut multiplier ou diviser de chaque côté de l'inégalité par le même nombre positif sans changer le sens de l'inégalité.
- On peut multiplier ou diviser de chaque côté de l'inégalité par le même nombre négatif en changeant le sens de l'inégalité.

Propriété - Tableau de signe: La manière la plus simple d'une inégalité est de comparer un produit ou un quotient par rapport à zéro. On étudie le signe de chaque composante du produit ou du quotient et on utilise la règle des signes pour conclure.

Exemple On veut résoudre $(3x-6)(-\frac{x}{2}+2) \geq 0$. On résout alors

$$\begin{aligned} 3x-6 &\geq 0 \\ 3x &\geq 6 \\ x &\geq \frac{6}{3} \\ x &\geq 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} -\frac{x}{2}+2 &\geq 0 \\ -\frac{x}{2} &\geq -2 \\ x &\leq 4 \\ x &\leq 4 \end{aligned}$$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$(3x-6)$		$-$	$\vert$			$+$	
$(-\frac{x}{2}+2)$			$+$		$\vert$	$-$	
Produit		$-$	$\vert$	$+$	$\vert$	$-$	

Exercice 50 (Inéquations simple)
Résoudre les inéquations suivantes:

1. $x+4<-7$
2. $3x<-2$
3. $-2x<8$
4. $-5x \geq -15$

Exercice 51 (Inéquations)
Résoudre les inéquations suivantes:

1. $5x-3<-4x$
2. $-3x+15<-72-2x$
3. $14x-25 \leq 17x+50$

Exercice 52 (Inéquations et fractions)
Résoudre les inéquations suivantes:

1. $\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}<-\frac{4}{9}$
2. $\frac{2x}{5}+\frac{4}{7} \geq \frac{7x}{10}-\frac{3}{14}$
3. $\frac{-3x}{7}+\frac{2}{5} \leq \frac{7x}{2}+\frac{3}{7}$

Exercice 53 (Factorisation et inéquation)
Après avoir tout passé d'un côté et factorisé les expression, résous les inéquations suivantes:

1. $(x-2)(2x+5)-(3x+3)(2x+5)>0$
2. $x \leq 2x(5x+3)$
3. $(x+7)(3x-4) \geq (x+7)(-5x+3)$
4. $(x+3)(2x+1) \leq (2x+1)(4x+2)$

Exercice 54 (Inéquations du second degré)
Résoudre les inéquations du second degré suivantes:

1. $x^2+x-2>0$
2. $-3x^2+x-2 \leq 0$
3. $2x^2+3x \geq 0$
4. $2x^2-8<0$

Exercice 55 (Inéquations et fractions)
Résoudre les inéquations suivantes (utilisez un tableau de signe):

1. $1-\frac{1}{x+3} \leq 0$
2. $\frac{1}{x-1}<\frac{2}{x+3}$
3. $\frac{x^2-3x+2}{e^x-1} \geq 0$

Exercice 56 (Inéquations plus difficile)
Résoudre les inéquations suivantes:

1. $\ln(2x-3) \leq \ln(5)$
2. $\frac{x^3+5x^2}{6x} \leq 1$
3. $e^x>x$

Pour la dernière question, étudiez les variations puis le signe de $f: x \to e^x-x$.